

Corrección libro de problemas de Física para Informática

V. López y M. Montoya

Corrección de los problemas 3.3 y 3.6

1. Problema 3.3

En el circuito que muestra la figura P3.3, inicialmente el interruptor S está cerrado. Los tres condensadores tienen la misma capacidad y su dieléctrico es el aire, $\varepsilon \simeq \varepsilon_o$. $C_1 = 100pF$.

Después abrimos el interruptor S y a continuación se introduce un dieléctrico de permitividad $\varepsilon = 4\varepsilon_o$ en el condensador C_3 .

Calcular las cargas en los condensadores en el primer y segundo caso.

1.1 Solución

1) Los tres condensadores tienen la misma capacidad, $100 pF$ inicialmente. En las condiciones indicadas los condensadores C_1 y C_2 tienen la misma carga y diferencia de potencial entre sus bornes, por tanto,

$$V = 12 = V_1 + V_2$$

$$V_1 = V_2$$

De las dos ecuaciones se deduce que,

$$V_1 = V_2 = 6 \text{ voltios}$$

$$Q_1 = C_1 V_1 = 10^{-10} \cdot 6 = 6 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

$$Q_2 = C_2 V_2 = 10^{-10} \cdot 6 = 6 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

Al condensador C_3 se le aplican 12 voltios, por tanto,

$$Q_3 = C_3 V = 12 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

2) Se mantiene desconectada la batería cuando se introduce el dieléctrico, en consecuencia la carga del sistema no se modifica pero sí su distribución entre los condensadores, así como los potenciales.

$$Q'_2 + Q'_3 = Q_2 + Q_3 = 18 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

Corrección libro de problemas de Física para Informática

Ahora se cumple que,

$$Q'_1 = C_1 V'_1 = 10^{-10} V'_1$$

$$Q'_2 = C_2 V'_2 = 10^{-10} V'_2$$

$$V' = V'_1 + V'_2$$

Como $C_1 = C_2$,

$$V'_1 = V'_2 = \frac{V'}{2}$$

La capacidad del condensador C_3 se multiplica por 4 ya que $\varepsilon = 4\varepsilon_o$.

$$Q'_3 = 4 C_3 V' = 4 \cdot 10^{-10} V'$$

La conservación de la carga en el sistema nos lleva a la siguiente relación,

$$Q'_2 + Q'_3 = 10^{-10} \frac{V'}{2} + 4 \cdot 10^{-10} V' = 18 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

$$Q'_2 + Q'_3 = \frac{9}{2} \cdot 10^{-10} V' = 18 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

Despejando obtenemos el valor de V' ,

$$V' = 4 \text{ voltios}$$

A partir del valor obtenido para el potencial V' calculamos las cargas respectivas en los condensadores,

$$Q'_1 = Q'_2 = C_1 \cdot \frac{V'}{2} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

$$Q'_3 = 4 C_3 \cdot V' = 4 \cdot 4 \cdot 10^{-10} = 16 \cdot 10^{-10} \text{ (C)}$$

Hemos visto que los potenciales se han reducido a un tercio en cada uno de los condensadores y las cargas se han redistribuido, aumentado la del condensador C_3 donde se introduce el dieléctrico y disminuyendo en la misma cantidad la correspondiente a los otros dos condensadores.

2. Problema 3.6

En el circuito indicado en la figura P3.5, $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 1 \mu F$ y no existe medio material entre las placas de los condensadores. Se cierra el interruptor S y después de cargados los condensadores se abre S . A continuación se introduce en C_3 un dieléctrico de permitividad $\varepsilon = 4\varepsilon_o$. Calcular la diferencia de potencial (d d p) entre AB y las cargas en los cuatro condensadores. $V_o = 10$ voltios.

2.1 Solución

El sistema funciona como dos ramas en paralelo que tiene dos condensadores en serie cada una; esto se debe a que si recorremos el circuito en el sentido horario, la subida de potencial en la rama izquierda debe ser igual a la caída de potencial en la derecha, ya que volvemos al mismo punto de partida. Dado que en cada rama los condensadores están en serie su carga es la misma.

Antes de introducir el dieléctrico y dado que todos los condensadores son iguales, tanto las cargas como los potenciales son idénticos, es decir,

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \frac{V_o}{2} = 5 \text{ (voltios)}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = \frac{V_o}{2} C_1 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ (C)}$$

Abriendo el interruptor S se aísla el sistema, por tanto la carga total del conjunto se conserva.

Cuando se introduce el dieléctrico en C_3 se verifica lo siguiente:

En la rama izquierda,

$$V' = V'_1 + V'_2 = \frac{Q'_1}{C_1} + \frac{Q'_2}{C_2}$$

Dado que los dos condensadores están en serie, $Q'_1 = Q'_2$ y $C_1 = C_2$,

$$V' = 2 \frac{Q'_1}{C_1}$$

En la rama derecha la diferencia de potencial será también V' , $Q'_3 = Q'_4$ y $C'_3 = 4C_3$, en consecuencia,

$$V' = \frac{Q'_3}{C'_3} + \frac{Q'_4}{C_4} = Q'_3 \left(\frac{1}{4C_3} + \frac{1}{C_4} \right) = Q'_3 \frac{C_4 + 4C_3}{4C_3 C_4}$$

Como $C_3 = C_4$

$$V' = \frac{5}{4} \frac{Q'_3}{C_3}$$

La suma de todas las cargas ahora debe ser igual a la suma de todas las cargas antes de abrir el interruptor, es decir,

$$Q'_1 + Q'_3 = 2Q_1 = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 10^{-5} \text{ C}$$

Despejando de las relaciones obtenidas anteriormente Q'_1 y Q'_3 en función de V' tendremos,

$$Q'_1 = \frac{1}{2} C_1 V' \quad ; \quad Q'_3 = \frac{4}{5} C_3 V'$$

Llevando estas ecuaciones a la anterior, que expresa la conservación de las cargas, y considerando que $C_1 = C_3 = 10^{-6} \text{ F}$,

$$\frac{1}{2} C_1 V' + \frac{4}{5} C_3 V' = \frac{13}{10} C_1 V' = 13 \cdot 10^{-7} V'$$

$$13 \cdot 10^{-7} V' = 10^{-5}$$

$$V' = \frac{1}{13} 10^2 = \frac{100}{13} \text{ (voltios)}$$

Vemos que disminuye el potencial en bornes de los condensadores.

Con los datos obtenidos podemos calcular las cargas en los cuatro condensadores después de abrir el interruptor, así como la diferencia de potencial V_{BA} .

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{1}{2} C_1 V' = \frac{50}{13} 10^{-6} \text{ (C)}$$

$$Q'_3 = Q'_4 = \frac{4}{5} C_3 V' = \frac{80}{13} 10^{-6} \text{ (C)}$$

$$V_A = \frac{V'}{2} = \frac{50}{13} \text{ (voltios)}$$

$$V_B = \frac{Q'_3}{C'_3} = \frac{4}{5} \frac{C_3 V'}{4 C_3} = \frac{V'}{5} = \frac{20}{13} \text{ (voltios)}$$

La diferencia de potencial entre AB será,

$$V_{BA} = V_A - V_B = \frac{50}{13} - \frac{20}{13} = \frac{30}{13} \text{ (voltios)}$$